

突变级数法在边坡稳定综合评判中的应用

梁桂兰¹, 徐卫亚¹, 何育智², 赵延喜¹

(1. 河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098; 2. 南京市民用建筑设计研究院有限责任公司, 南京 210002)

摘 要: 边坡的稳定性受地质、工程等众多因素影响, 且其变形破坏机理复杂, 危害巨大, 因而边坡稳定问题分析研究一直是理论和实践研究的热点。引入突变理论对边坡的稳定性问题进行研究, 利用突变数学和模糊数学结合引出的突变级数法, 提出边坡稳定性评判指标——突变级数, 从而建立了新的稳定性评判模型。基于突变级数法的边坡稳定性评判法, 综合考虑了边坡各种要素对其稳定性的不同影响程度, 真实地描绘了边坡系统的稳定状态。实例分析结果表明, 该方法评判结果准确, 精度较高, 具有良好的实际应用价值。

关 键 词: 边坡稳定; 综合评判; 突变理论; 模糊数学; 突变级数法

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Application of catastrophe progression method to comprehensive evaluation of slope stability

LIANG Gui-lan¹, XU Wei-ya¹, HE Yu-zhi², ZHAO Yan-xi¹

(1. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Nanjing Municipal Institute of Civil Architecture Co., Ltd, Nanjing 210002, China)

Abstract: A slope has complex failure mechanism, and its stability is affected by many factors such as geological and engineering factors. Therefore, more attentions are paid to study of slope stability. A catastrophe model basing on the catastrophe theory and fuzzy mathematics is used to analyze and evaluate the slope stability; and a new comprehensive evaluation index of slope stability is proposed: catastrophe progression. This index considers synthetically effect of many factors on slope stability and reflects actually state of slope system. The study results of engineering cases show that this comprehensive evaluation method of slope stability based on catastrophe progression method has higher accuracy and good application to slope stability analysis.

Key words: slope stability; comprehensive evaluation; catastrophe theory; fuzzy mathematics; catastrophe progression method

1 引 言

由于岩土质边坡的稳定性受地质、工程等众多因素影响, 具有未确知性、随机性、模糊性、可变性、非线性等特点, 其稳定性评判是一项复杂的综合评判过程, 一直是工程界的一大难题。在传统的定值论(即确定性模型)方法中, 将边坡稳定性的所有影响因素均看成已知量, 通过各种分析计算产生一个确定性结果, 但实际边坡是一个具有多种不确定因素的非线性系统, 在稳定与不稳定之间并没有一个确定的界限。因此, 不少研究者先后提出多种综合评判的方法, 包括模糊综合评判等, 但往往在隶属度求取上, 没有真正实现模糊求取。本文提出一种新的综合评判方法——突变级数法。

突变级数法又称突变模糊隶属函数, 它把突变数学与模糊数学结合起来, 利用归一公式对矛盾关系进行演算(它把多个评价目标体系看成是一对矛盾体系), 实际上是一种多维模糊隶属函数, 是关于复杂的抽象多目标的模糊隶属函数。其主要特点是它首先对系统的评判总目标进行多层次矛盾分解, 再由归一公式进行综合量化运算, 最后归为一个参数, 即求出总的隶属函数, 从而进行评判。突变级数法没有对指标采用权重, 但权衡了各评判指标的相对重要性, 定性与定量相结合, 从而减少一般模糊算法的主观性, 又不失科学性和合理性, 且方法简易又准确, 进行多目标评判决策有很广泛的应用范围^[1,4]。

收稿日期: 2006-06-22

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50539110)与国家重科技支撑计划(2006BAB04A02) 联合资助课题。

作者简介: 梁桂兰, 女, 1977 年生, 博士研究生, 主要从事滑坡预测预报和稳定性评判的研究。

2 突变级数法的基本原理和算法

2.1 递阶层次结构模型的建立

首先要对评判系统或总指标进行多层次的主次矛盾分解, 先主后次地排成树状目标层次结构, 由评判总指标到下层指标, 逐层分解, 直到分解到可以计量的指标时, 分解就可以停止。原始数据一般只需要知道最下层评判因子的数据, 因为上层指标一般是比较抽象的, 难于直接量化, 对其分解是为了得到更具体的指标, 以便进行量化^[2]。常见的突变系统的某状态变量的控制变量不超过 4 个, 所以, 各层单指标的子指标分解到不超过 4 个。

2.2 突变模型

为了确立评判指标体系, 有必要先介绍常见的几种突变系统模型。Rene Thom 归纳了 7 个 (后引申为 11 个) 突变模型, 其中最常见突变系统类型有尖点突变模型、燕尾突变模型、蝴蝶突变模型。模型结构示意图如图 1 所示, 其具体模型函数分别为

$$\text{尖点突变: } f(x) = x^4 + ux^2 + vx \quad (1)$$

$$\text{燕尾突变: } f(x) = x^5 + ux^3 + vx^2 + wx \quad (2)$$

$$\text{蝴蝶突变: } f(x) = x^5 + ux^4 + vx^3 + wx^2 + tx \quad (3)$$

上述突变模型的名称是从其分歧集的形状得名, 其中 $f(x)$ 表示一个系统的一个状态变量 x 的势函数; u, v, w, t 为状态变量系数, 表示该状态变量的控制变量。

系统势函数的状态变量和控制变量是矛盾着的两个方面, 诸控制变量之间又相互作用以构成矛盾。系统所处的任一状态乃是状态变量与控制变量的统一, 也是诸控制变量之间的相互作用的统一^[1]。

突变评判法没有对指标采用权重, 但权衡了各评判指标的相对重要性, 要求将主要控制变量写在前面, 次要控制变量写在后面。

2.3 归一公式即突变级数的推导

归一公式是由突变系统模型的分歧集方程推导而得的。设突变系统的势函数为 $f(x)$, 根据突变理论, 它的所有临界点集合成平衡曲面, 其方程通过求 $f(x)$ 得一阶导数而得, 即 $f'(x) = 0$ 。它的奇点集合通过对 $f(x)$ 求二阶导数而得, 即 $f''(x) = 0$, 由 $f'(x) = 0$ 和 $f''(x) = 0$ 联立求解, 得到突变系统的分歧点集方程, 分歧点集方程表明诸控制变量满足此方程时, 系统就会发生突变^[1, 2]。

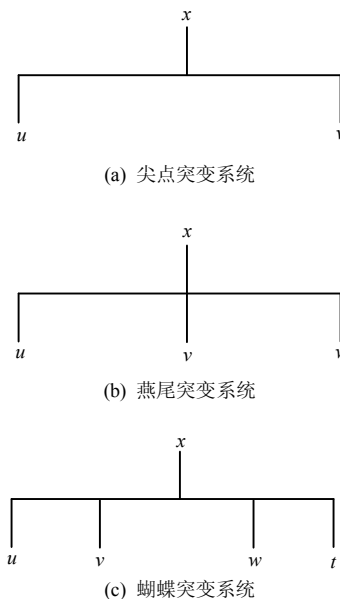


图 1 常用突变系统

Fig.1 Frequent catastrophe system

尖点突变模型分解形式的分歧集方程为

$$u = -6x^2, v = 8x^3 \quad (4)$$

$$\text{于是得: } x_u = \sqrt{u/(-6)}, x_v = \sqrt[3]{v/8} \quad (5)$$

式中: x_u, x_v 为对应 u, v 的 x 的值。

如果, 令 $|x| = 1$, 则有 $u = -6, v = 8$, 这样就确定了在评价决策时状态变量 x 和控制变量 u, v 的取值范围, 即 $|x|$ 为 $0 \sim 1$, $|u|$ 为 $0 \sim 6$, $|v|$ 为 $0 \sim 8$ 。

但这样取值, 使 x, u, v 的取值范围不统一, 也不能同效用函数, 模糊隶属函数的 $0 \sim 1$ 的取值范围一致。因此, 为了实际运算方便必须把各突变模型中状态变量、控制变量的取值范围限制在 $0 \sim 1$, 在此把定义在 $0 \sim 1$ 的状态变量、控制变量的值称为突变级数或突变模糊隶属函数, 它是由归一公式表达的。归一公式推导如下:

由于 $x_u = \sqrt{u/(-6)}$, 取 $x = 1$ (绝对值), 则 $u = 6$ (绝对值), 如果把 u 缩小 6 倍, 即取为 1, 则 $u = 1 \times 6$, 所以 $x_u = (1 \times 6 / 6)^{1/2} = (u)^{1/2}$, 即现在根号内 u 比原来的 u 相对缩小了 6 倍 (u 的程度并不改变), 使 u 的取值范围变为 $0 \sim 1$; 同理可以推导出 $x_v = (v)^{1/3}$, 这样 x, u, v 的取值范围都为 $0 \sim 1$ 。于是 x, u, v 都可以使用效用函数或模糊隶属函数了, 这就是多维模糊隶属函数, 这样突变数学就和模糊数学沟通起来了。

因此, 尖点突变模型的归一公式为

$$x_u = \sqrt{u}, x_v = \sqrt[3]{v} \quad (6)$$

同理可以推导出：

燕尾突变模型的归一公式为

$$x_u = \sqrt{u}, x_v = \sqrt[3]{v}, x_w = \sqrt[4]{w} \quad (7)$$

蝴蝶突变模型的归一公式为

$$x_u = \sqrt{u}, x_v = \sqrt[3]{v}, x_w = \sqrt[4]{w}, x_t = \sqrt[5]{t} \quad (8)$$

2.4 利用归一公式进行综合评判的评判原则

实际使用中，归一公式进行综合评判有 3 种评判原则：非互补原则、互补原则、过阈值后互补原则。

利用归一公式对同一对象的各个评判指标计算出的 x 值视具体情况分别采用上述 3 种原则。假若系统的诸控制变量之间不可相互替代，即不可相互弥补不足，满足非互补原则，按“大中取小”的标准取值，只有这样才能满足分歧方程，才能质变；而当系统各个指标之间没有前提条件就可以相互补充其不足以使 x 值达到较高的平均值时，满足互补原则，按“平均值”的标准；而当系统要求过一定阈值条件，各指标才可以相互补充其不足以使 x 值达到较高的平均值时，满足过阈值后互补原则，按过要求的阈值后取平均值标准。

3 突变级数法在边坡稳定性评判中的应用

边坡是人类工程和生活活动最普遍的地质环境，它的经常活动会造成人类生存地质环境的恶化，甚至会给人类带来灾害性的损失，在相关的地质灾害中其破坏程度仅次于地震。为了使人类遭受滑坡的灾害减少到最小程度，及时做好有关方面的防范和预防措施，对边坡稳定性做出准确的评判就显得尤为重要^[5]。现以实际边坡案例说明突变级数法的应用。

3.1 边坡稳定性评判体系

在边坡稳定性评判指标体系的基础上，根据突变级数法的评判要求组织指标体系（见图 2），图 2 中对各指标的分解，按照突变理论的要求，重要指标放在前面，次要指标放在后面。

本文将影响边坡稳定状态的控制变量分为三个层次，归结 3 大类：岩土体强度、边坡几何形状和外部载荷。鉴于指标数据有限，分别考虑了以下几个指标：控制强度的指标分为：黏聚力 c 、内摩擦角 φ_t ；控制边坡几何参数的指标包括：坡角 ϕ 、坡高 H ；控制外部载荷的指标包括：重度 γ 、孔隙水压力比 γ_u 。

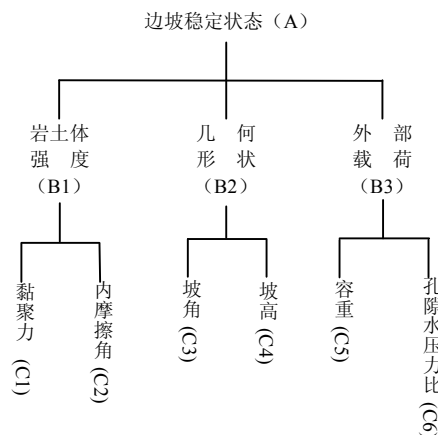


图 2 指标体系
Fig. 2 index system

3.2 边坡稳定状态评判因子的确定

本文节选文献[6]搜集的 80 个边坡样本中的 25 个样本（见表 1），计算每个样本的突变级数，与边坡已知的安全系数和稳定状态比较，说明突变级数与安全系数有相似的规律，可以根据突变级数对边坡稳定性进行分级，同时提出边坡稳定性评判的一种新指标。

表 1 25 个边坡实例相关数据^[6]
Table 1 Related data of 25 slope cases

编号	内摩擦角 / (°)	黏聚力 / kPa	重度 / kN·m ⁻³	边坡倾角 / (°)	边坡高度 / m	孔隙水压力比 γ_u	安全系数 F	边坡状态 S
1	35.0	00.0	12.00	30	8.00	0.25	0.86	F
2	42.6	32.0	27.0	33	301	0.25	1.16	F
3	42.4	32.0	27.0	33	289	0.25	1.30	S
4	41.0	14.0	27.3	31	110	0.25	1.249	S
5	31.0	6.94	21.51	30	76.81	0.38	1.01	F
6	30.0	11.97	14.00	26	88.00	0.45	0.625	F
7	45.0	24.00	18.00	30.15	20.00	0.12	1.12	F
8	20.0	0.00	23.0	20	100.0	0.30	1.20	F
9	20.0	0.0	20.00	24.5	8.0	0.35	1.37	S
10	20.0	5.0	18.0	30.0	8.0	0.30	2.05	S
11	43.0	40.0	27.0	35.0	420	0.25	1.15	S
12	42.0	50.0	27.0	40.0	407	0.25	1.44	S
13	42.0	35.0	27.0	35.0	359	0.25	1.27	S
14	37.8	37.50	27.0	35.0	320	0.25	1.24	S
15	22.0	11.97	19.63	20.0	12.19	0.405	1.35	F
16	28.0	8.62	21.82	32.0	12.80	0.49	1.03	F
17	16.0	33.52	20.41	11.0	45.72	0.20	1.28	F
18	25.0	15.32	18.84	30.0	10.67	0.38	1.63	S
19	45.0	55.0	25.0	36.0	239.0	0.25	1.71	S
20	44.5	63.0	25.0	32.0	239.0	0.25	1.49	S
21	46.0	63.0	25.0	32.0	300.0	0.25	1.45	S
22	45.0	48.0	25.0	40.0	330.0	0.25	1.62	S
23	47.5	68.6	31.3	37.0	262.5	0.25	1.20	F
24	35.0	11.71	19.06	28.0	21.0	0.11	1.09	F
25	20.0	14.36	18.84	25.0	30.5	0.45	1.11	F

注：边坡状态中 F 代表破坏，S 代表稳定。

3.3 边坡稳定状态底层评判因子效用函数的确定

从表 1 中可以看出, 各指标的单位并不相同, 因为已经有了原始数据, 所以文中采用折算法求取各样本各指标 (图 2 指标体系的底层因子) 的效用函数即模糊隶属函数, 从而为归一化计算作准备。各边坡各指标的效用函数及突变级数计算结果见表 2。

表 2 底层因子效用函数值
Table 2 Utility function values of bottom factor

编号	C1	C2	C3	C4	C5	C6	突变级数 A
1	0.000	0.737	0.367	1.000	1.000	0.440	0.672
2	0.466	0.899	0.333	0.027	0.444	0.440	0.692
3	0.466	0.893	0.333	0.028	0.444	0.440	0.812
4	0.204	0.863	0.354	0.073	0.440	0.440	0.748
5	0.101	0.653	0.367	0.104	0.558	0.289	0.702
6	0.174	0.632	0.423	0.091	0.857	0.244	0.512
7	0.350	0.947	0.365	0.400	0.667	0.917	0.711
8	0.000	0.421	0.550	0.080	0.522	0.300	0.732
9	0.000	0.421	0.449	1.000	0.600	0.314	0.822
10	0.073	0.421	0.367	1.000	0.667	0.367	0.841
11	0.583	0.905	0.314	0.019	0.444	0.440	0.703
12	0.729	0.884	0.275	0.020	0.444	0.440	0.832
13	0.510	0.884	0.314	0.022	0.444	0.440	0.654
14	0.547	0.796	0.314	0.025	0.444	0.440	0.663
15	0.174	0.463	0.550	0.656	0.611	0.272	0.772
16	0.126	0.589	0.344	0.625	0.550	0.224	0.702
17	0.489	0.337	1.000	0.175	0.588	0.550	0.801
18	0.223	0.526	0.367	0.750	0.637	0.289	0.800
19	0.802	0.947	0.305	0.033	0.720	0.440	0.837
20	0.918	0.937	0.344	0.033	0.480	0.440	0.802
21	0.918	0.968	0.344	0.027	0.480	0.440	0.798
22	0.700	0.947	0.275	0.024	0.480	0.440	0.814
23	1.000	1.000	0.297	0.030	0.383	0.440	0.678
24	0.171	0.737	0.393	0.381	0.630	1.000	0.675
25	0.209	0.421	0.440	0.262	0.637	0.244	0.777

注: 表 2 中各字母意义见图 2。

3.4 边坡系统的各指标的归一化计算

由图 4 知: C1 与 C2、C3 与 C4、C5 与 C6 构成尖点突变模型, B1, B2, B3 构成燕尾突变模型。然后综合评价边坡稳定状态 A。根据表 2 的各指标的效用函数, 进行归一化计算, 下面以第一个样本的归一化计算为例详细阐述其应用。

对 C1 与 C2 有:

$$x_{c1} = (0)^{1/2}, \quad x_{c2} = (0.737)^{1/3} = 0.903$$

因为 C1 与 C2 对边坡稳定性具有互补性, 因此, 依据“互补”原则, 采用求取平均值: $B1 = (0 + 0.903)/2 = 0.4515$

对 C3 与 C4 有:

$$x_{c3} = (0.367)^{1/2} = 0.606, \quad x_{c4} = (1)^{1/3} = 1$$

依据“非互补”原则, 采用“大中取小”: $B2 = 0.606$

对 C5 与 C6 有:

$$x_{c5} = (1)^{1/2} = 1, \quad x_{c6} = (0.440)^{1/3} = 0.761$$

依据“非互补原则”, 采用“大中取小”: $B3 = 0.761$

对 B1, B2, B3 采用燕尾突变的归一公式:

$$B1 = (0.4515)^{1/2} = 0.672$$

$$B2 = (0.606)^{1/3} = 0.846$$

$$B3 = (0.761)^{1/4} = 0.934$$

依据“大中取小”的原则: $A = 0.672$

所以对第一个边坡, 其突变级数为 0.672, 同理可以求出所有其他边坡的突变级数。如表 2 所示。

3.5 结果分析

为了更直观, 将表 2 的分析结果以图形显示, 如图 3、4 所示, 从表 2 和图 3、4 可以很清楚地看出, 突变级数计算结果曲线和安全系数的变化趋势基本一致, 突变级数的大小表征着边坡各影响因素之间的组合关系, 可以用来分析各因素综合结果对边坡稳定状态的影响以及各因素的不利组合状态。

文中对各控制变量与安全系数和突变级数的关系进行了相关性计算, 计算结果表明, 相关性大小依次为岩体强度、几何形状、外载。因此, 据相关性计算结果, 结合图 3、4 得出如下结论: 边坡的各控制变量对于边坡稳定性的敏感程度不同, 针对给定的边坡案例来说, 强度指标和几何形状对于稳定性影响较大, 外载影响相对较小。

鉴于上述分析结果, 根据资料和统计分析^[7-9], 提出突变级数作为边坡稳定性的新的评判指标, 省去了安全系数繁琐的计算和其计算时对评判因子确定性的假定。

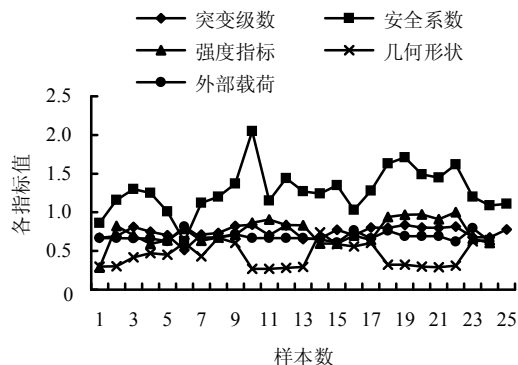


图 3 边坡控制变量效用函数和安全系数的关系
Fig.3 Relationship between utility function of controlling variable and safety factor

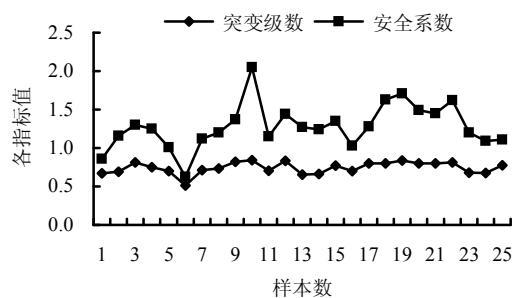


图 4 边坡突变级数和安全系数的关系

Fig.4 Catastrophe progression vs safety factor of slope

同时参考给定的安全系数和边坡稳定状态，由突变级数的大小将边坡稳定状态分为稳定、亚稳定、

不稳定状态。其分级结果见表 3。根据该准则，对文献[6]搜集的 80 个边坡样本的其余样本（除去上文已用样本）用新的突变级数指标进行评判，评判结果与已给安全系数和边坡状态基本一致，边坡状态评判准确率达到 93.5 %。

本文还用突变级数对广东粤赣高速公路高边坡进行了稳定性评判，粤赣高速公路位于南岭东西向复杂构造带和以河源断裂为代表的华夏构造带组成的复合交界地段，地形地质情况非常复杂。其稳定性评判结果与边坡实际情况相吻合，说明该方法具有较广泛的实际应用价值。

表 3 边坡稳定状态评判表
Table 3 Assessment of slope stability

突变级数	安全系数	边坡状态评价	斜坡变形阶段	采取措施方案
< 0.55	< 0.75	不稳定	边坡加速向滑动发展，处于临滑或滑动阶段。	对滑体上的居民实施搬迁，建立预警预报系统，避免人员和财产损失。
0.55~0.80	0.75~1.30	亚稳定	滑坡内部的破坏处于缓慢发展阶段，并逐渐形成整体破坏。	建立监测系统，加强现场监测，制定防治工程方案，实施工程预防措施，加固边坡，避免其加速破坏。
> 0.80	> 1.30	稳定	边坡处于稳定或局部处于蠕滑阶段，即使破坏也处于初始阶段。	进行巡视，观察边坡发展情况，以预防其变形或局部变形扩大。

4 结 论

(1) 本文引入了一种新的边坡稳定性评判法——突变级数法，该方法由突变数学和模糊数学引出，避开对指标采用“权重”的主观性，又权衡了各评判指标的相对重要性，采用定性与定量相结合，由归一化公式对目标进行评判决策，克服了一般模糊算法的缺陷，又不失科学性和合理性，方法简易又准确。

(2) 利用突变级数法对实际边坡进行稳定性评判，同时利用新的指标——突变级数，将边坡稳定性分成稳定状态、亚稳定状态和不稳定状态 3 个稳定级别。

(3) 实例分析结果表明，基于突变级数法的边坡稳定性评判法评判结果准确，精度较高，具有良好的实际应用价值和广泛的推广使用前景。

参 考 文 献

- [1] 都兴富. 突变理论在经济领域的应用(下)[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1994.
- [2] 黄奕龙. 突变级数法在水资源持续利用评价中的应用[J]. 干旱环境监测, 2005, 15(3): 167—170.
- [3] POSTON T. Stewart I Catastrophe Theory and Its Application[M]. London: Pitman, 1978.
- [4] CHOW SHUI NEE, HALE J K. Methods of Bifurcation Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1982.
- [5] 汪华斌, 李江风, 吴树仁. 滑坡灾害系统非线性研究进展[J]. 地球科学进展, 2000, 15(3): 271—276.
- [6] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 199—255.
- [7] 乔建平. 滑坡减灾理论与实践[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 100—150.
- [8] 王成华, 孔纪名. 高速滑坡发生的危险斜坡判别[J]. 工程地质学报, 2001, 9(2): 127—132.
- [9] WANG Cheng-hua, KONG Ji-ming. The differentiating danger slope occurring high-speed landslide[J]. Journal of Engineering Geology, 2001, 9(2): 127—132.
- [9] 李思平, 孙连英. 基于非线性理论的边坡稳定性评价模型[J]. 水文地质工程地质, 2002, 2: 11—14.

HUANG Yi-long. Application of catastrophe progression method to evaluation of sustainable usage of water resources[J]. Arid Environmental Monitoring, 2005, 15(3): 167—170.